



Guía de Aprendizaje N°8 Logaritmos ♥ Propiedades Segundo Medio

Nombre:

Curso:

Fecha:

Aprendizajes Esperados:

(OA2) Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos.

Importante: No es obligación imprimir esta guía, puedes copiarla y desarrollarla en tu cuaderno, estudiarla desde tu computador o dispositivo móvil. Consultas al correo electrónico karinna@cesp.cl

PROPIEDADES DE LOGARITMOS



Recordemos su definición:

Dados dos números reales positivos a y b , con $a \neq 1$, se dice que el logaritmo de b en base a es aquel número c tal que a elevado a c es igual a b .

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Donde:

- a se llama base del logaritmo.
- b se llama argumento.

PROPIEDAD N°1: LOGARITMO DE LA UNIDAD

El logaritmo de 1 en cualquier base es igual a 0.

Es decir:

$$\log_a 1 = 0$$

Ejemplo:

$$\log_5 1 = 0 \text{ porque } 5^0 = 1$$

PROPIEDAD N°2: LOGARITMO DE LA BASE

El valor del logaritmo cuya base es igual al argumento, es siempre igual a 1.

Es decir:

$$\log_a a = 1$$

Ejemplo:

$$\log_{17} 17 = 1 \text{ porque } 17^1 = 17$$

PROPIEDAD N°3: LOGARITMO DE UN PRODUCTO

El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

Es decir:

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

Ejemplo:

$$\log_3 (9 \cdot 81) = 6 \text{ porque } \log_3 9 + \log_3 81 = 2 + 4 = 6$$

PROPIEDAD N°4: LOGARITMO DE UN COCIENTE

El logaritmo de un cociente es igual a la diferencia de los logaritmos del dividendo y del divisor.

Es decir:

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

Ejemplo:

$$\log_2 \left(\frac{32}{8} \right) = 2 \text{ porque } \log_2 32 - \log_2 8 = 5 - 3 = 2$$

PROPIEDAD N°5: LOGARITMO DE UNA POTENCIA

El logaritmo de una potencia es igual al producto entre el exponente de la potencia y el logaritmo de la base de la potencia.

Es decir:

$$\log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

Ejemplo:

$$\log_7 49^5 = 10 \text{ porque } 5 \cdot \log_7 49 = 5 \cdot 2 = 10$$

APLICACIÓN DE PROPIEDADES

Ejemplo 1

$$\begin{aligned} & \log 3ab \\ &= \log 3 + \log a + \log b \end{aligned}$$

Ejemplo 2

$$\begin{aligned} & \log \frac{5x}{2y} \\ &= \log 5x - \log 2y \\ &= (\log 5 + \log x) - (\log 2 + \log y) \\ &= \log 5 + \log x - \log 2 - \log y \end{aligned}$$

Ejemplo 3

$$\begin{aligned} & \log m^7 n^2 \\ &= \log m^7 + \log n^2 \\ &= 7 \log m + 2 \log n \end{aligned}$$

Ejemplo 4

$$\begin{aligned} & \log \sqrt{2xy} \\ &= \log(2xy)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \log 2xy \\ &= \frac{1}{2} (\log 2 + \log x + \log y) \\ &= \frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y \end{aligned}$$

Ejemplo 5

$$\begin{aligned} & \log 5x\sqrt[3]{y} \\ &= \log 5 + \log x + \log \sqrt[3]{y} \\ &= \log 5 + \log x + \log y^{\frac{1}{3}} \\ &= \log 5 + \log x + \frac{1}{3} \log y \end{aligned}$$

Ejemplo 6

$$\begin{aligned} & \log \frac{6m^3n\sqrt[5]{p}}{7mn} \\ &= \log 6m^3n\sqrt[5]{p} - \log 7mn \\ &= (\log 6 + \log m^3 + \log n + \log \sqrt[5]{p}) - (\log 7 + \log m + \log n) \\ &= \left(\log 6 + 3 \log m + \log n + \log p^{\frac{1}{5}} \right) - (\log 7 + \log m + \log n) \\ &= \log 6 + 3 \log m + \log n + \frac{1}{5} \log p - \log 7 - \log m - \log n \\ &= \log 6 + 2 \log m + \frac{1}{5} \log p - \log 7 \end{aligned}$$

Ejemplo 7

$$\begin{aligned} & \log m + \log n \\ &= \log mn \end{aligned}$$

Ejemplo 8

$$\begin{aligned} & \log m - \log n \\ &= \log \frac{m}{n} \end{aligned}$$

Ejemplo 9

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \log m - \frac{2}{5} \log n \\ &= \log m^{\frac{1}{3}} - \log n^{\frac{2}{5}} \\ &= \log \sqrt[3]{m} - \log \sqrt[5]{n^2} \\ &= \log \frac{\sqrt[3]{m}}{\sqrt[5]{n^2}} \end{aligned}$$

Ejemplo 10

$$\begin{aligned} & \log a + \log b - \log c - \log d \\ &= (\log a + \log b) - (\log c + \log d) \\ &= \log ab - \log cd \\ &= \log \frac{ab}{cd} \end{aligned}$$

Ejemplo 11

$$\text{Si } \log 5 = 0,69 ; \log 7 = 0,84$$

$$\begin{aligned} & \log 35 \\ &= \log 5 \cdot 7 \\ &= \log 5 + \log 7 \\ &= 0,69 + 0,84 \\ &= 1,53 \end{aligned}$$

Ejemplo 12

$$\text{Si } \log 3 = 0,47 ; \log 5 = 0,69$$

$$\begin{aligned} & \log \frac{3}{5} \\ &= \log 3 - \log 5 \\ &= 0,47 - 0,69 \\ &= -0,22 \end{aligned}$$

Ejemplo 13

$$\text{Si } \log 3 = 0,47 ; \log 7 = 0,84$$

$$\begin{aligned} & \log \sqrt[4]{21} \\ &= \log 21^{\frac{1}{4}} \\ &= \frac{1}{4} \log 21 \\ &= \frac{1}{4} (\log 7 \cdot 3) \\ &= \frac{1}{4} (\log 7 + \log 3) \\ &= \frac{1}{4} (0,84 + 0,47) \\ &= \frac{1}{4} \cdot 1,31 \\ &= 0,33 \end{aligned}$$

ACTIVIDAD 1: Desarrolla cada uno de los siguientes logaritmos aplicando propiedades.

a) $\log(2ab) =$	f) $\log \sqrt{ab} =$
b) $\log \frac{3a}{4} =$	g) $\log \frac{\sqrt{x}}{2y} =$
c) $\log \frac{2a^2}{3} =$	h) $\log 2a\sqrt{b} =$
d) $\log a^5b^4 =$	i) $\log \frac{3a\sqrt[3]{b}}{c} =$
e) $\log \frac{2}{ab} =$	j) $\log \frac{5a^2b^4\sqrt[4]{c}}{2xy} =$

ACTIVIDAD 2: Reduce a un solo logaritmo aplicando propiedades.

a) $\log a + \log b =$	f) $\log 2 + \log 3 + \log 4 =$
b) $\log x - \log y =$	g) $\frac{1}{3}\log a - \frac{1}{2}\log b - \frac{1}{2}\log c =$
c) $\frac{1}{2}\log x + \frac{1}{2}\log y =$	h) $\frac{3}{2}\log a + \frac{5}{2}\log b =$
d) $\log a - \log x - \log y =$	i) $\log a + \frac{1}{2}\log b - 2\log c =$
e) $\log p + \log q - \log r - \log s =$	j) $\log(a + b) + \log(a - b) =$

ACTIVIDAD 3: Determina el valor de cada logaritmo utilizando propiedades y el valor de los siguientes.

$$\log 2 = 0,3 ; \log 3 = 0,47 ; \log 5 = 0,69 ; \log 7 = 0,84.$$

a) $\log 4 =$	f) $\log \sqrt{2} =$
b) $\log 6 =$	g) $\log \sqrt[3]{15} =$
c) $\log 27 =$	h) $\log \frac{2}{3} =$
d) $\log 14 =$	i) $\log \frac{5}{7} =$

Para complementar: Escanea los siguientes códigos QR desde tu dispositivo móvil o haz click en los links respectivos.



Logaritmos V. Propiedades y Ejemplos
<https://www.youtube.com/watch?v=AfGDRdxZvxc&t=343s>



Logaritmos VI. Aplicación de Propiedades
<https://www.youtube.com/watch?v=3ul5A0cY0zo&t=502s>